

1. はじめに

キャビティとは本来空洞を意味するが、ここでは共鳴現象が生じるように設計された装置を意味する。ギターが弦の振動を本体の振動に共鳴させるように、マイクロ波がキャビティの共鳴モードと共振すると、キャビティの中に大きな電場を有する電磁波が発生する。このとき、キャビティ内に材料が充填されていると、その材料特性（誘電率や吸収特性）を強調して測定することができる。本実験ではこの共鳴現象を利用して、GHz の高周波領域で分子が有する分極率 α を決定する。

【問 A1】マイクロ波の強度は dB 表示による相対値で示されることが多い。dB の定義とその定義に用いられる基準強度を説明せよ。また、dB が使用される理由も論ぜよ。

2. 円筒キャビティ内の共鳴モード

図 1 に実験で使用する円筒キャビティの共鳴モード TM_{021} を、カラーマップおよびベクトル図で示した。カラーマップは電場強度を表しベクトル図は磁場を表している。なお、対称性から円筒キャビティの半分だけを表示した。試料室は直径 6mm ほどの円柱で中心軸に沿って垂直に設置されている。図ではやはり半分だけが表示されている。

マイクロ波は、左端の端子から同軸ケーブル（伝送路）を通じて入射され、円筒キャビティ内で多重反射を繰り返す。多重反射が起こると反射波が互いに打ち消しあう傾向があるが、特定の条件がそろえると強め合い持続的に存在できる振動が出現する。この様な特殊な振動を共鳴モードと呼ぶ。図 1 に示したいずれの共鳴モードも、中心軸周辺で電場強度が強くなっており試料の強い誘電分極が起きることがら、材料の誘電率や分極率の測定に適したモードである。

【問 A2】誘電分極 $\mathbf{P}$ および磁化 $\mathbf{M}$ は、分子や原子のどのような状態変化で生じるかを説明せよ。

【問 A3】共鳴状態 TM_{021} モードにある場合、試料室の中心軸に沿った電場分布をベクトル図で示せ。

3. 交流信号の複素ベクトル表現

図 2(a)と(b)に測定システムの概要とその伝送線路モデルを示す。測定装置であるネットワークアナライザは、同軸ケーブルを用いてマイクロ波をキャビティ内部に入力し共鳴モードと共鳴させる。この現象は、伝送路（1 次元的なシステム）の 1 端から信号 a_0 を入力することでモデル化できる。この場合、時間を t 、伝送路に沿った座標を z とすると、各位置 z および各時刻 t での信号強度 $u(z,t)$ を

$$u(x,t) = \text{Re}[a(z) e^{i\omega t}] \quad (3.1)$$

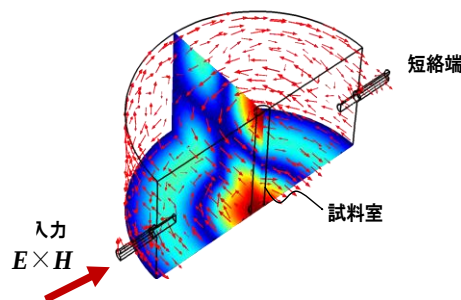


図 1. 円筒キャビティ内の 2 つの共鳴モード TM_{021} (ベクトル：磁場)

と表わすことができる．ここに， ω は角周波数で f を周波数とすると $\omega=2\pi f$ と定義されている．また， $a(z)$ は複素振幅と呼ばれ，信号の波長を λ とし波数を $k=2\pi/\lambda$ で定義すると，実数の振幅 A を用いて

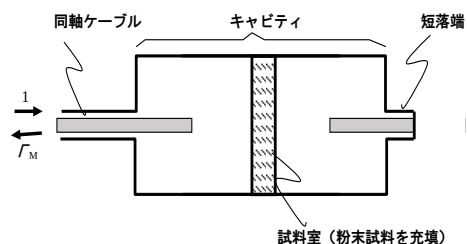
$$a(z) = A \exp(-ikz) \quad (3.2)$$

と表現できる．原点 $z=0$ に入力端があるなら $a(0)=a_0$ である．(3.1)式のように交流信号を表現する方法を複素ベクトル表現と呼ぶ．以下，伝送路を右側（左側）に進行する信号の複素振幅を a_0, a_1, a_2 (b_0, b_1, b_2) などと表現する．

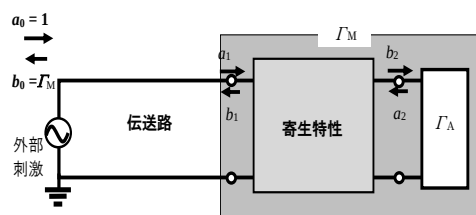
ネットワークアナライザは同軸ケーブルに入力信号を送信するとともに反射信号を検出する装置である．これらの信号は複素振幅で表される．特に，発生信号の複素振幅が1 ($a_0=1$)の場合，反射信号の複素振幅 b_0 を Γ_M と表し反射係数と呼ぶ．この Γ_M は，湾曲しているケーブルなどの特性（寄生特性）を含んでいるために，キャビティ本来の反射係数 Γ_A とは異なる． Γ_M から Γ_A を求める作業を校正と呼ぶ．

【問 B1】同軸ケーブルには TEM 波と呼ばれる波が伝達する．この波のケーブル断面内の電場および磁場の分布をベクトル図で示せ．

【問 B2】マイクロ波の複素振幅が(3.1)および(3.2)で表されるとき．波の伝達速度を k と ω で表せ．

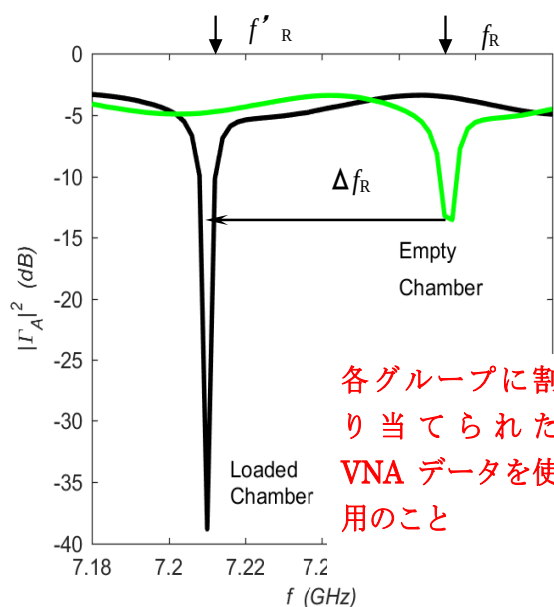


(a) キャビティ要素

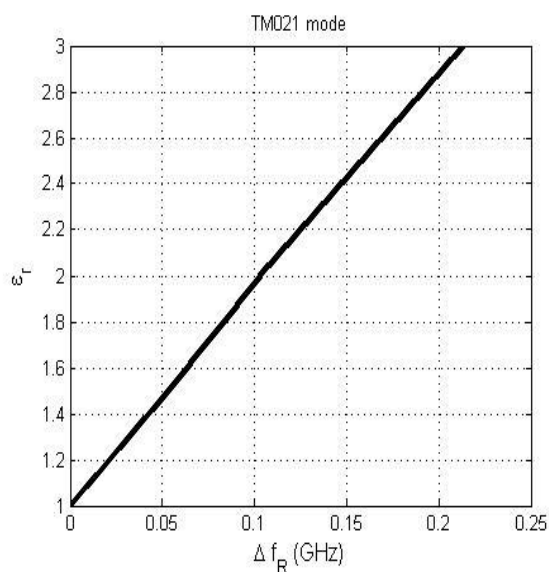


(b) 伝送線路モデルの等価回路

図 2．測定システムの概要とその伝送線路モデル



(a) TM₀₂₁ モードの共鳴曲線



(b) 共鳴周波数 f_R の比誘電率 ϵ_r 依存

図 3．共鳴曲線と材料定数の決定

4. 共鳴曲線と材料定数

4.1 共鳴曲線と誘電率

図 3 (a)に測定で得られる共鳴曲線、即ち反射係数 Γ_A の周波数 f による変化を示した。薄い色（緑）および濃い線（黒）の共鳴曲線は、それぞれキャビティに試料室がない場合および試料室を設置した場合に得られた共鳴曲線である。これらの共鳴曲線で細い谷が生じる周波数を共鳴周波数と呼び、記号 f_R および $f_{R'}$ 示で示されている。試料室がキャビティ内に設置されると、試料の誘電率のために反電場が発生し共鳴周波数 f_R が変化する。試料室が空から充填されたときに共鳴周波数に変化する量 Δf_R と、充填された試料室の比誘電率 ϵ_r を理論的に求め図 3 (b)に示した。この図から、測定した量 Δf_R を用いて、試料の比誘電率 ϵ_r を決定することができる。

【問 B3】試料の誘電率が大きくなると、共鳴周波数は次第に小さくなる傾向がある。この理由をマイクロ波の波長に注目して説明せよ。

4.2 強制振動モデル

円筒キャビティの共鳴曲線のモデルとして、角振動数 ω で強制振動された固有振動数 ω_R を持つ線形システムの応答 $u(t)$ をモデルにできることが知られている。このモデルシステムは微分方程式

$$\frac{d^2 u}{dt^2} + 2\gamma \frac{du}{dt} + \omega_R^2 u = \exp(i\omega t) \quad (4.1)$$

に従う。ここで t は時刻、 γ は減衰係数である。このとき、次の設問に答えよ。

【問 C1】応答関数が $u(t) = a \exp(i\omega t)$ と表されるとき、

$$a = \frac{1}{-(\omega^2 - \omega_R^2) + i2\gamma\omega} \quad (4.2)$$

で与えられることを示せ。

【問 C2】式(4.1)で与えられる a の絶対値 $|a|$ と位相 $\arg[a] (= \theta)$ を求めよ。また、それらの周波数依存をグラフに示せ。

【問 C3】強制振動のモデルを円筒キャビティの共鳴現象に適用する。このとき、強制振動項 $\exp(i\omega t)$ 、振幅 u 、減衰係数 γ はそれぞれ円筒キャビティの何に対応させると良いか？

4.3 分子の分極率 α

電場 $\mathbf{F}$ にある分子の分極ベクトル $\mathbf{P}$ が $\mathbf{P} = \alpha \mathbf{F}$ と表されるとき、この α を分子の分極率と呼ぶ。試料室が粉末で満たされている場合、その粉末の分子が個数密度 $N(\text{m}^{-3})$ を有するなら分極率 α は粉末の比誘電率 ϵ_r および真空の誘電率 ϵ_0 を用いて

$$\alpha = \frac{3\epsilon_0}{N} \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 2} \quad (4.3)$$

で決定することができる。この式をクラジウスーモソッチの式という。

【問 D1】分極率の単位を次元解析により導出せよ。

【問 D2】クラジウスーモソッチの式を導出せよ。この導出で用いる分子場についても述べること。

【問 D3】試料室を満たす粉末の質量密度を $w(\text{g/m}^3)$ とする。さらに、分子の分子量を x とするとき、試料室を占める分子の個数密度 $N(\text{m}^{-3})$ を求めよ。

事前課題

実験の準備として、本文中の設問【問 A1】～【問 D3】を解くこと。実験の最初に質問する。

5. 仮想ネットワークアナライザ(VNA)の概要

ベクトルネットワークアナライザ(VNA)は正弦信号の発生と検出を行う図4に示したような装置であり、マイクロ波信号を複素数振幅（振幅 A と位相 θ の2の2成分）で測定する、実験では円筒キャビティを同軸の一種である SMA ケーブルを介して port-1 に接続する。マイクロ波は port-1 から送り出され同じく port1 で受信しする。これが図2に示した反射係数 Γ_M である。

反射係数 Γ_M の測定を WEB 上で仮想的に行うために、図5の様な WEB ページを html と JAVA により作成した。このシステムは WEB サイト

<https://www.gstatic.com/>

が提供している作図用の JAVA スクリプトを使用するので、ネットにアクセスできる状態で使用する。稼働は、Microsoft 社の edge で確認している。稼働しない場合は、下部にあるリンク

VNA data(empty chamber)

VNA data(loaded chamber)

をクリックすることで数値データが csv 形式で得られるので、EXCEL で処理すること。

反射係数 Γ_M の測定手順 (仮想 VNA)

- ・ [INITIRISE CONSOL] 制御画面の初期化
必要に応じてクリック
- ・ 設定が必須
[Chamber State] > (Empty) 空
(試料室の状態) (Loaded) TPP を充填

[START] > (7.0)~(7.3) 横軸の最小値

[SROP] > (7.0)~(7.3) 横軸の最大値

[MEASURE] グラフの描画、変更、再描画

- ・ 測定データ csv (反射係数)
VNA data(empty chamber) 空の試料室のデータ
VNA data(loaded chamber) 充填した試料室でのデータ

※ リンクをクリックすると csv データにアクセス。EXCEL がインストールされた PC なら、EXCEL シートに読み込まれる。

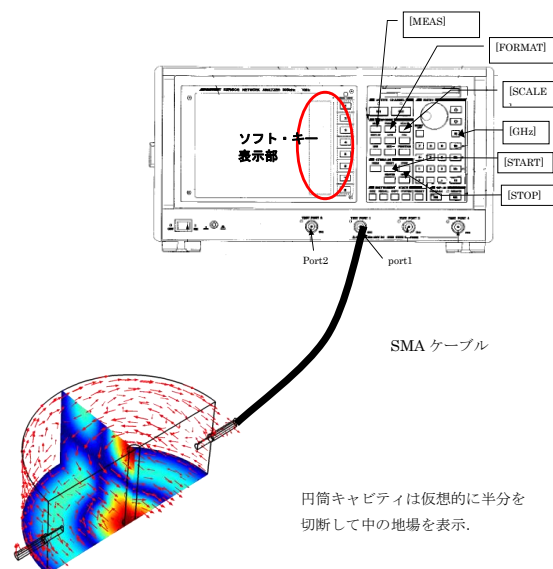


図4. VNA と円筒キャビティの接続



図5. 仮想 VNA の概要