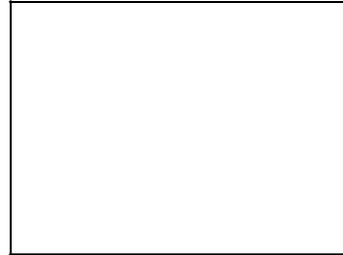


微分積分学Ⅱ 定期試験問題(2008年2月)

氏名 _____

学籍番号 _____



1. $2x^2 + 3y^2 \leq 105$ のとき、 $f(x, y) = x^2 - 6xy$ の最大値と最小値を求めるため、次の問に答えよ。

(1) $2x^2 + 3y^2 < 105$ のとき、 $f(x, y)$ の極値の存在を調べよ。(5点)



(2) $2x^2 + 3y^2 = 105$ のとき、ラグランジュの乗数法に従って、極値を与える候補点を求める方程式を、定数 λ を用いて表せ。(5点)



(3) 上記を満たす λ を求めよ。(5点)

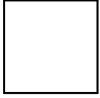


(4) 最大値および最小値を求めよ。(10点)

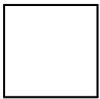


2. 次の式における積分領域 D を xy -平面上に図示せよ。

$$(1) \int_{-1}^1 \left\{ \int_0^{x+1} f(x,y) dy \right\} dx = \iint_D f(x,y) dx dy \quad (5 \text{ 点})$$



$$(2) \int_{-1}^1 \left\{ \int_0^{\sqrt{1-x^2}} f(x,y) dy \right\} dx = \iint_D f(x,y) dx dy \quad (5 \text{ 点})$$



3. $D: y \geq x, x \geq y^2$ とするとき、 D を xy -平面上に図示し、 $\iint_D f(x,y) dx dy$ を 2 通りの累次積分で表せ。(10 点)

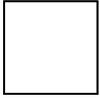


4. $D: 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1$ とするとき、 $\iint_D xy dx dy$ を求めよ。(5 点)

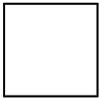


5. $D : 0 \leq x - y \leq 1, 1 \leq x + y \leq 2$ とするとき、 $\iint_D 4xy dx dy$ を求めるため、次の問に答えよ。

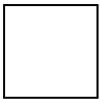
(1) $u = x - y, v = x + y$ とおき、 D に対応する (u, v) の領域 D' を表す不等式を求め、 D' を uv -平面上に図示せよ。(5点)



(2) x, y を u, v の式で表し、ヤコビアンを求め、 $\iint_D 4xy dx dy$ を u, v の積分で表せ。(5点)



(3) 上記の積分の値を求めよ。(5点)

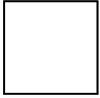


6. $D : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 2, 0 \leq x, 0 \leq y$ とするとき、極座標を用いて $\iint_D 2xy dx dy$ を求めよ。(10点)

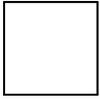


7. $0 \leq z \leq x^2 + y^2 \leq 1$ で表される空間図形の体積を求めるため、次の問に答えよ。

(1) この空間図形の体積を $\iint_D f(x, y) dx dy$ と表すとき、関数 $f(x, y)$ を x, y の式で表し、積分領域 D を xy -平面上に図示せよ。(5点)



(2) 体積を求めよ。(10点)



8. $z = x^2 + y^2 \leq 1$ で表される曲面の曲面積を求めよ。(10点)

